

Sections de cube

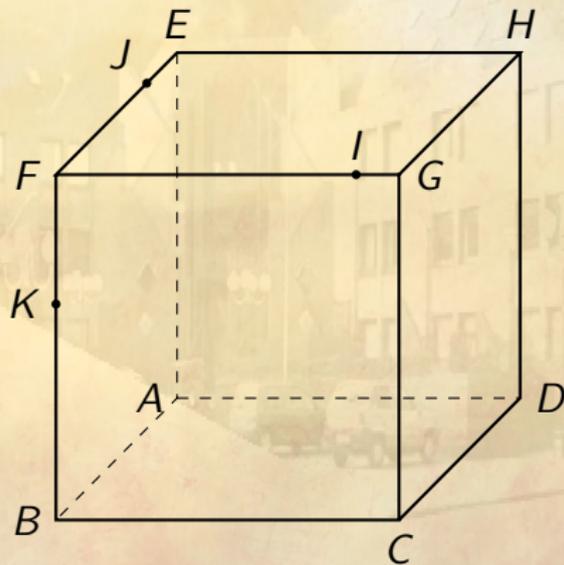
Gaétan MARRIS
Lycée du Noordover
1 février 2017

Section 1 du cube par le plan (IJK)

2/9

$ABCDEFGH$ est un cube de côté 8.

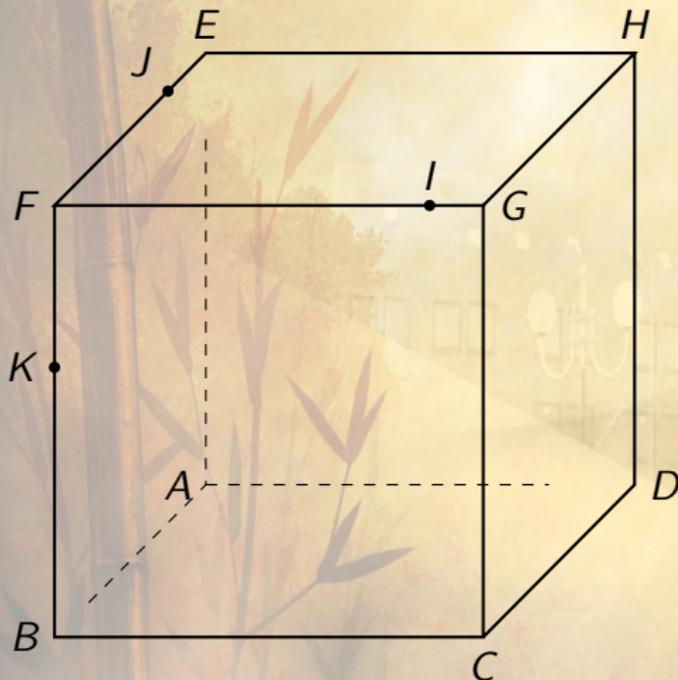
- I est le point de $[GF]$, tel que $GI = 1$
- J est le point de $[EF]$, tel que $EJ = 2$
- K est le point de $[FB]$, tel que $FK = 3$



Section du cube par le plan (IJK) ?

Section 1 du cube par le plan (IJK)

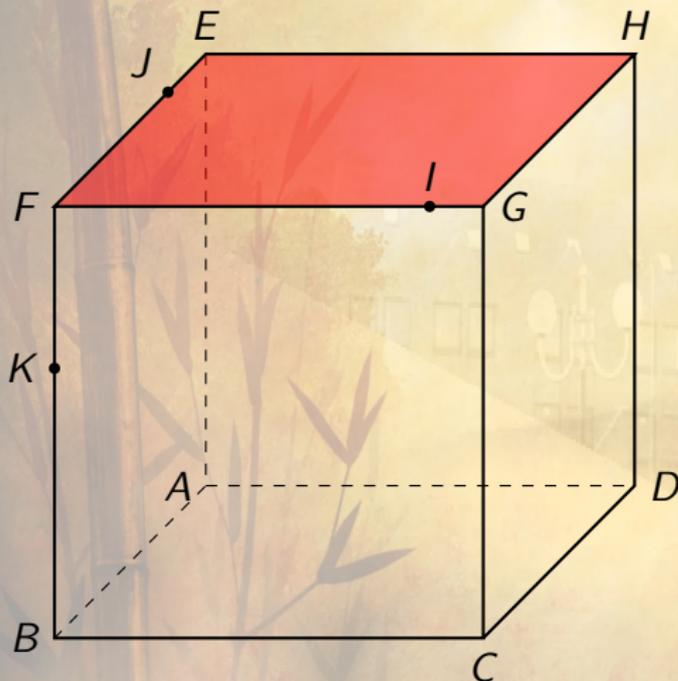
3/9



Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?

Section 1 du cube par le plan (IJK)

3/9

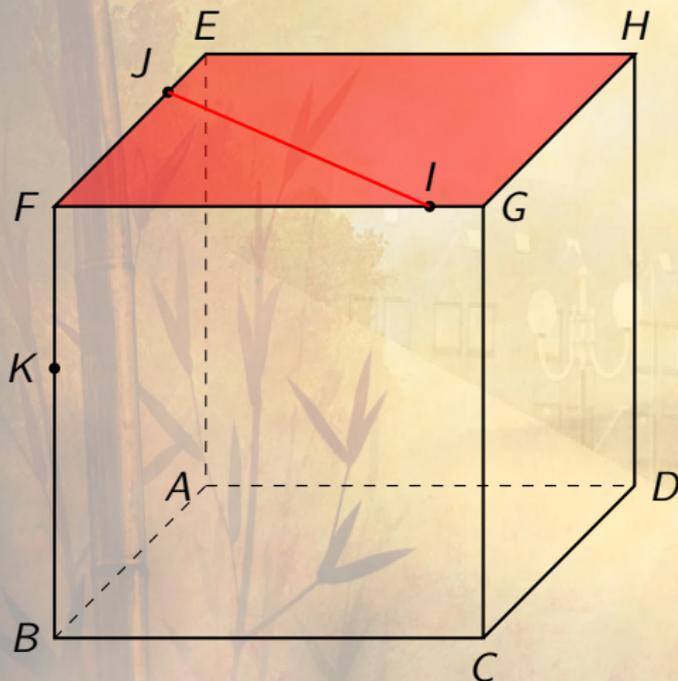


Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?

Intersection de (IJK)
avec la face $[EFGH]$?

Section 1 du cube par le plan (IJK)

3/9



Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?

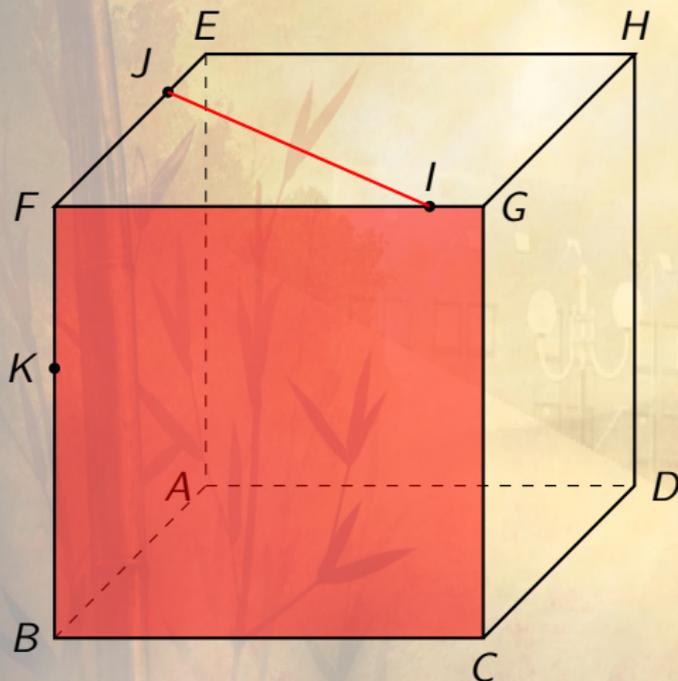
Intersection de (IJK)
avec la face $[EFGH]$?

On connaît 2 points de la face qui appartiennent aussi au plan. L'intersection du plan avec la face est le segment inclus dans cette face, dont les extrémités sont nécessairement sur les arêtes, et qui contient les 2 points.

Il s'agit du segment $[IJ]$.

Section 1 du cube par le plan (IJK)

3/9

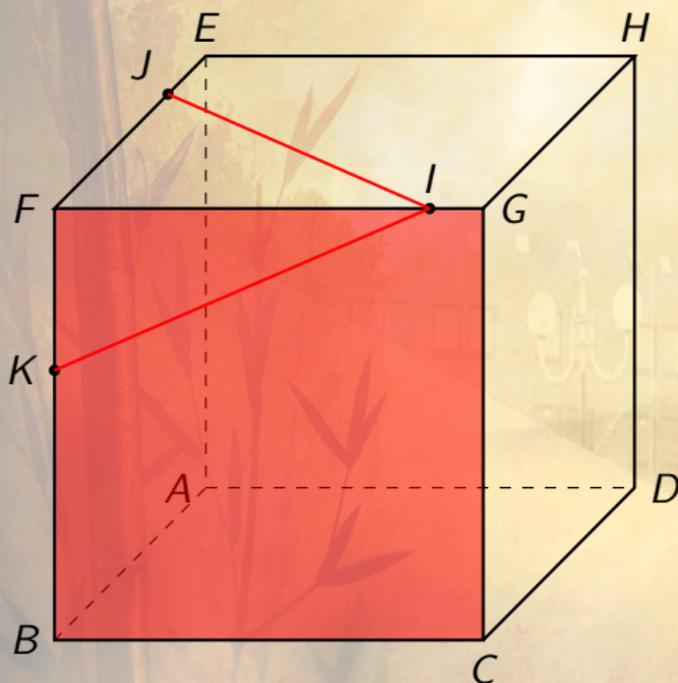


Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?

**Intersection de (IJK)
avec la face $[BCGF]$?**

Section 1 du cube par le plan (IJK)

3/9



Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?

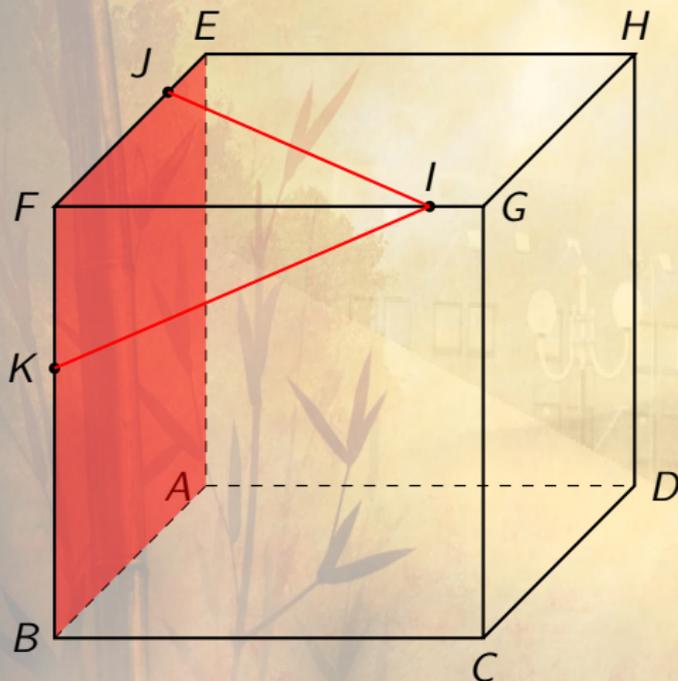
**Intersection de (IJK)
avec la face $[BCGF]$?**

On connaît 2 points de la face qui appartiennent aussi au plan. L'intersection du plan avec la face est le segment inclus dans cette face, dont les extrémités sont nécessairement sur les arêtes, et qui contient les 2 points.

Il s'agit du segment $[IK]$.

Section 1 du cube par le plan (IJK)

3/9

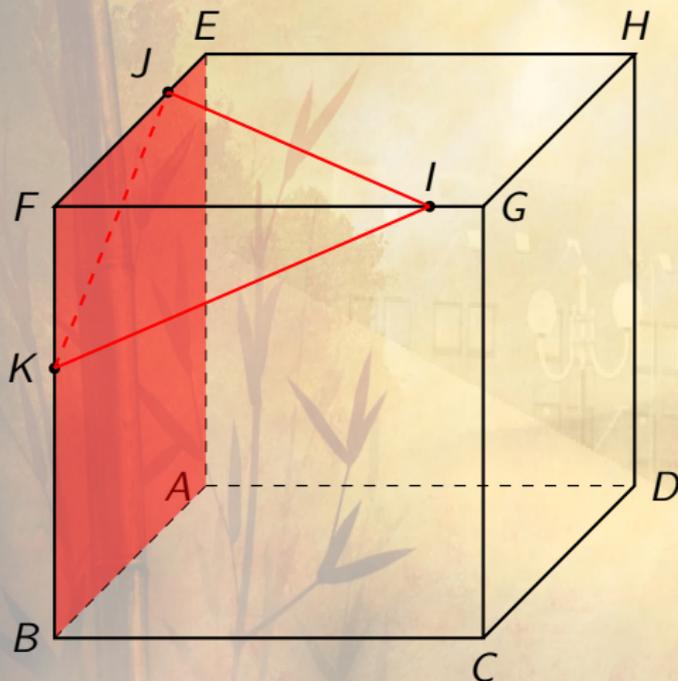


Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?

**Intersection de (IJK)
avec la face $[ABFE]$?**

Section 1 du cube par le plan (IJK)

3/9



Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?

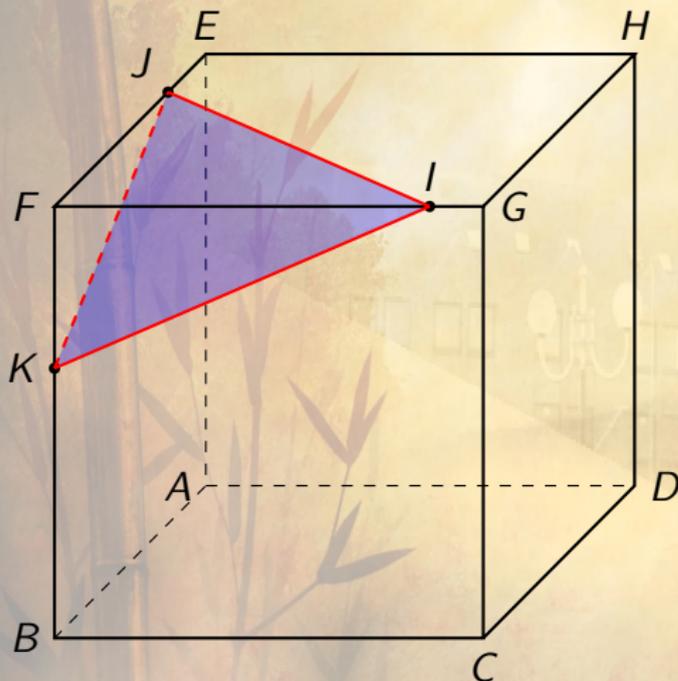
**Intersection de (IJK)
avec la face $[ABFE]$?**

On connaît 2 points de la face qui appartiennent aussi au plan. L'intersection du plan avec la face est le segment inclus dans cette face, dont les extrémités sont nécessairement sur les arêtes, et qui contient les 2 points.

Il s'agit du segment $[JK]$.

Section 1 du cube par le plan (IJK)

3/9



Ce sont finalement 3 faces qui sont « coupées » par le plan (IJK) .

C'était la section 1 :

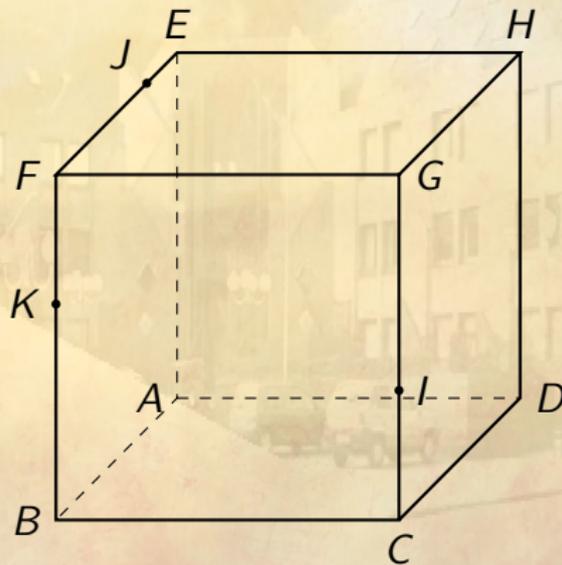
un triangle.

Section 2 du cube par le plan (IJK)

4/9

$ABCDEFGH$ est un cube de côté 8.

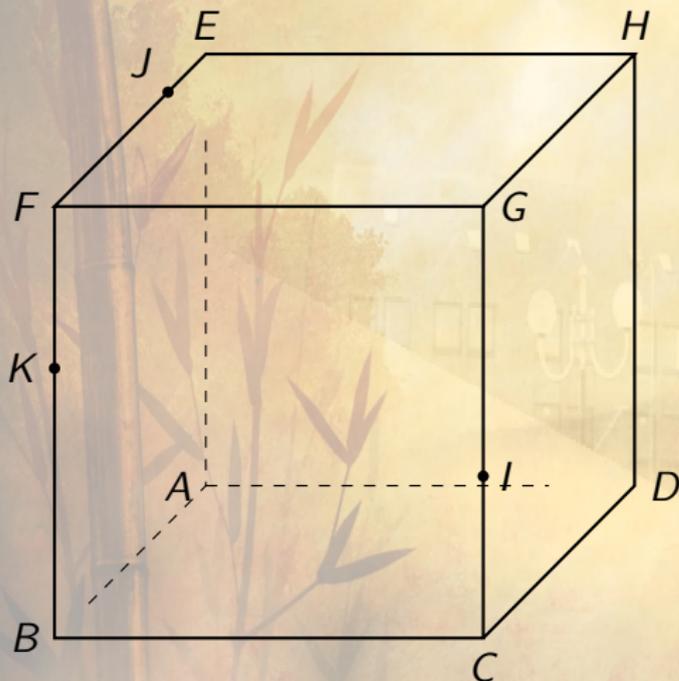
- I est le point de $[CG]$, tel que $CI = 3$
- J est le point de $[EF]$, tel que $EJ = 2$
- K est le point de $[FB]$, tel que $FK = 3$



Section du cube par le plan (IJK) ?

Section 2 du cube par le plan (IJK)

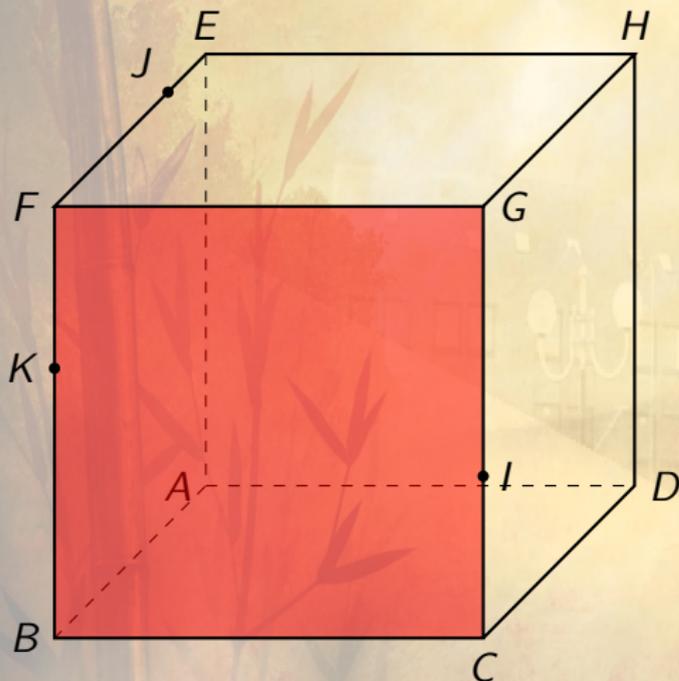
5/9



Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?

Section 2 du cube par le plan (IJK)

5/9

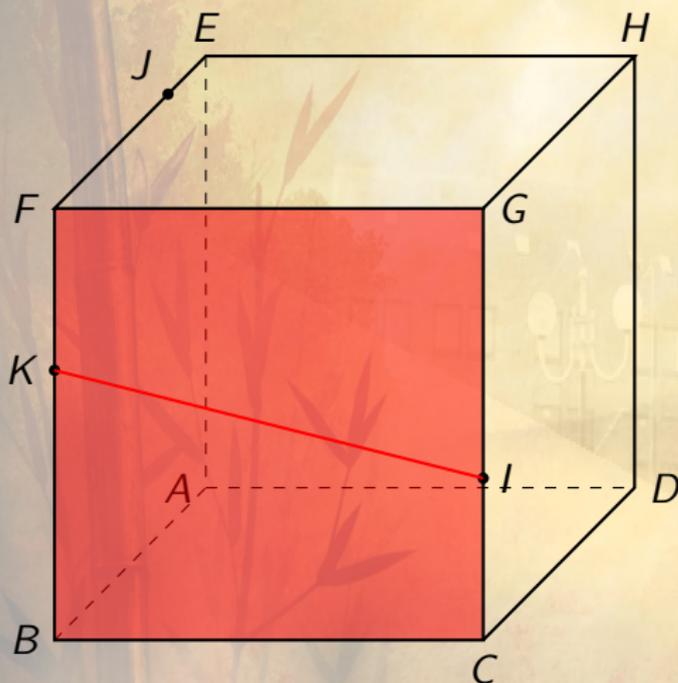


Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?

**Intersection de (IJK)
avec la face $[BCGF]$?**

Section 2 du cube par le plan (IJK)

5/9



Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?

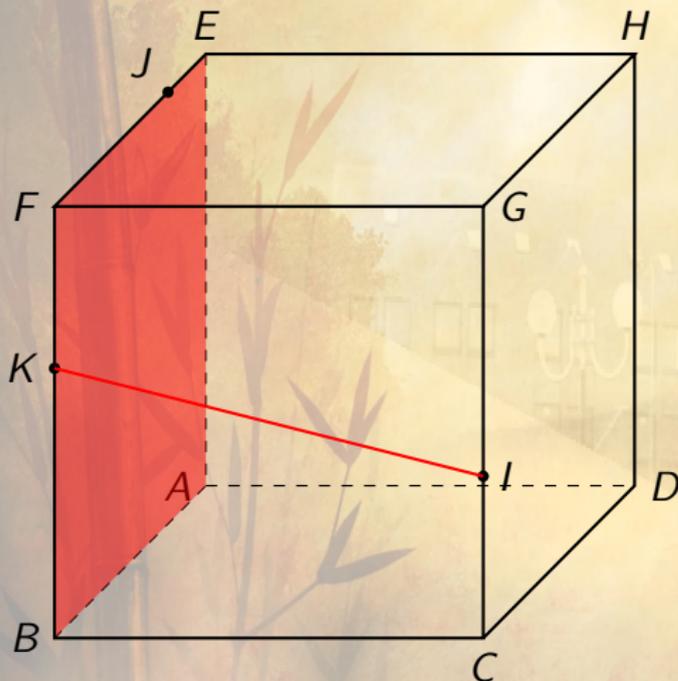
**Intersection de (IJK)
avec la face $[BCGF]$?**

On connaît 2 points de la face qui appartiennent aussi au plan. L'intersection du plan avec la face est le segment inclus dans cette face, dont les extrémités sont nécessairement sur les arêtes, et qui contient les 2 points.

Il s'agit du segment $[IK]$.

Section 2 du cube par le plan (IJK)

5/9

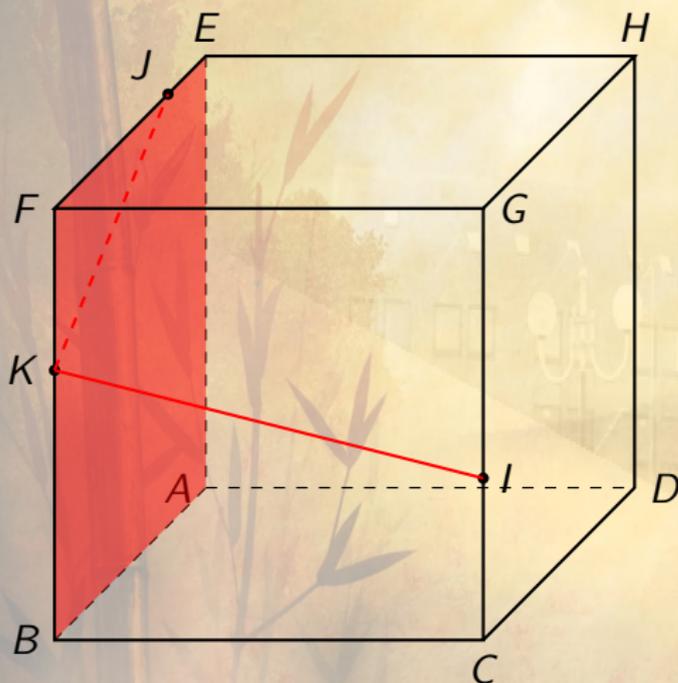


Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?

**Intersection de (IJK)
avec la face $[ABFE]$?**

Section 2 du cube par le plan (IJK)

5/9



Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?

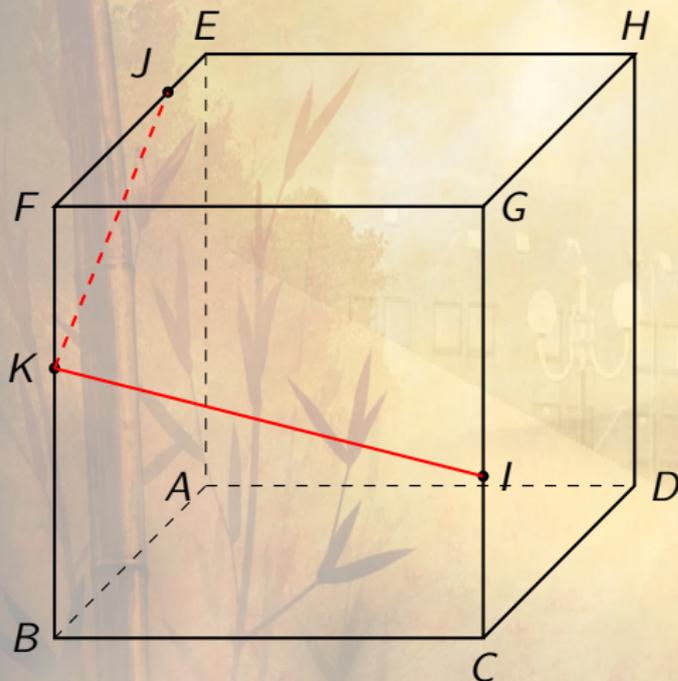
Intersection de (IJK)
avec la face $[ABFE]$?

On connaît 2 points de la face qui appartiennent aussi au plan. L'intersection du plan avec la face est le segment inclus dans cette face, dont les extrémités sont nécessairement sur les arêtes, et qui contient les 2 points.

Il s'agit du segment $[JK]$.

Section 2 du cube par le plan (IJK)

5/9



**Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?**

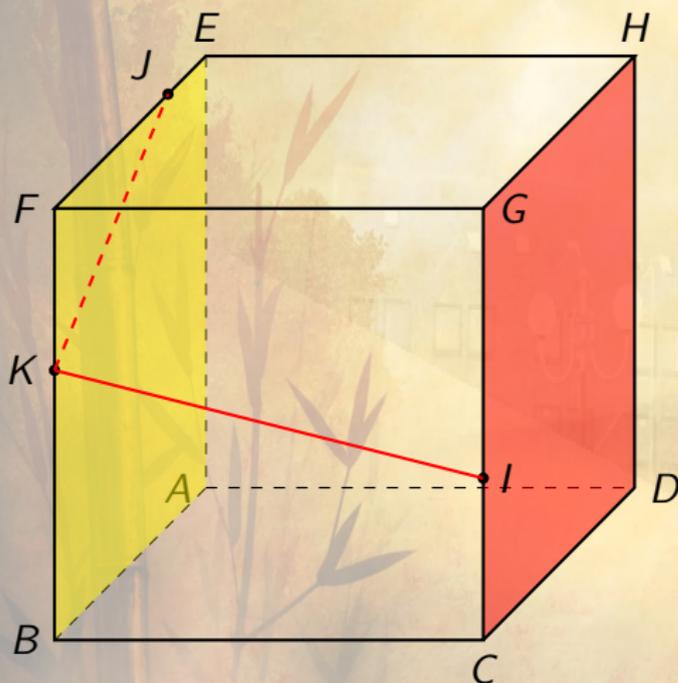
La face $[CDHG]$ est coupée suivant un segment à trouver dont l'une des extrémités est I .

La face $[EFGH]$ est coupée suivant un segment à trouver dont l'une des extrémités est J .

I et J n'appartiennent pas à une même face donc on ne les relie pas !

Section 2 du cube par le plan (IJK)

5/9



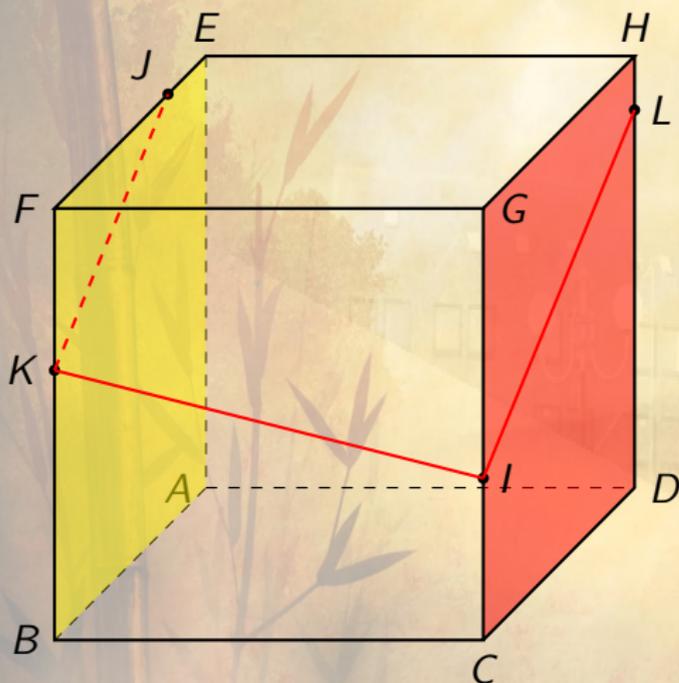
**Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?**

*Quand des faces parallèles sont coupées
par un plan, elles le sont suivant des
segments de droites qui sont parallèles.*

**Intersection de (IJK)
avec la face $[CDHG]$?**

Section 2 du cube par le plan (IJK)

5/9



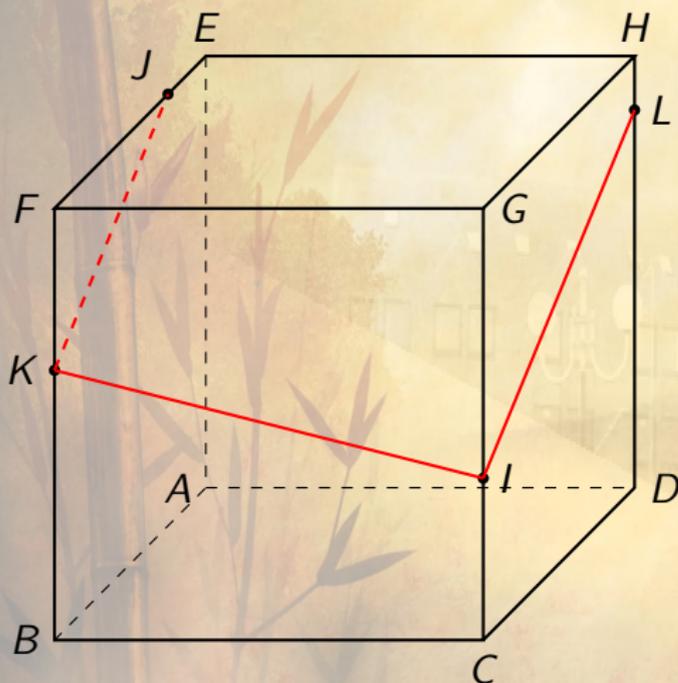
**Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?**

*Quand des faces parallèles sont coupées
par un plan, elles le sont suivant des
segments de droites qui sont parallèles.*

**Intersection de (IJK)
avec la face $[CDHG]$?
Il s'agit du segment $[IL]$.**

Section 2 du cube par le plan (IJK)

5/9



**Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?**

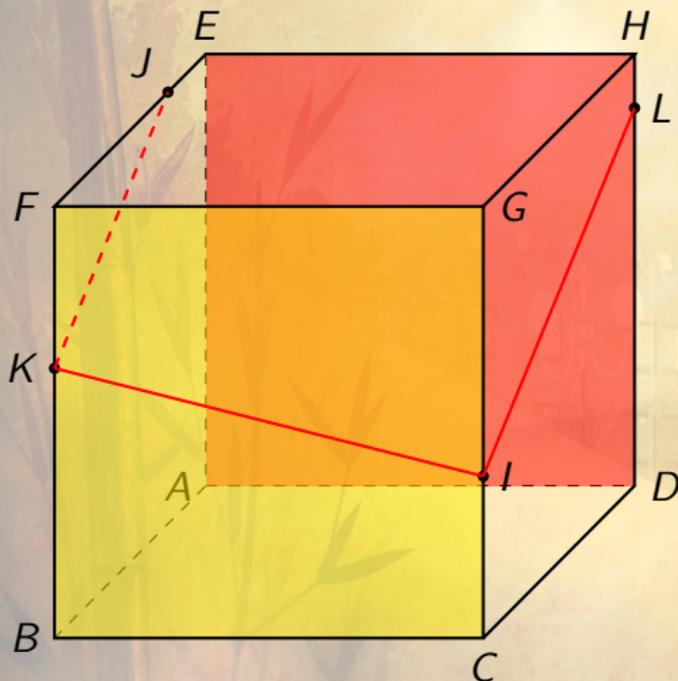
La face $[EFGH]$ est coupée suivant un segment à trouver dont l'une des extrémités est J .

La face $[ADHE]$ est coupée suivant un segment à trouver dont l'une des extrémités est L .

J et L n'appartiennent pas à une même face donc on ne les relie pas !

Section 2 du cube par le plan (IJK)

5/9



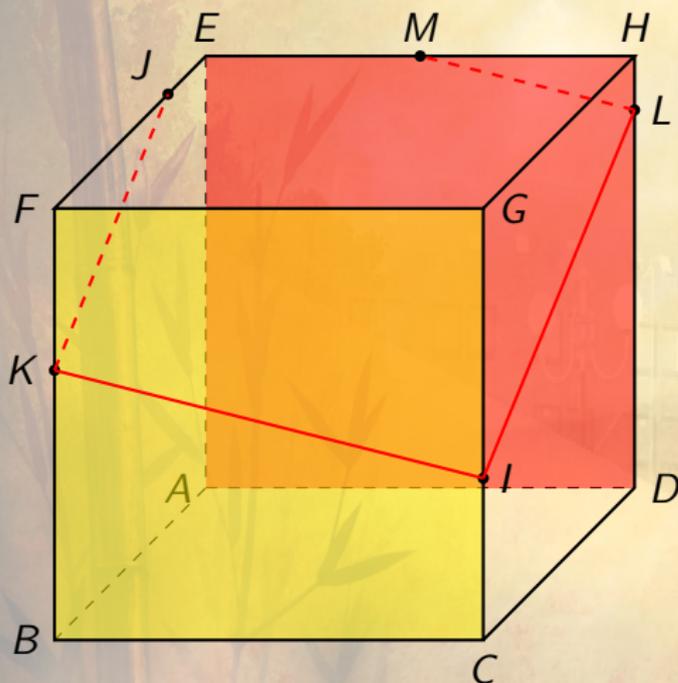
**Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?**

*Quand des faces parallèles sont coupées
par un plan, elles le sont suivant des
segments de droites qui sont parallèles.*

**Intersection de (IJK)
avec la face $[ADHE]$?**

Section 2 du cube par le plan (IJK)

5/9



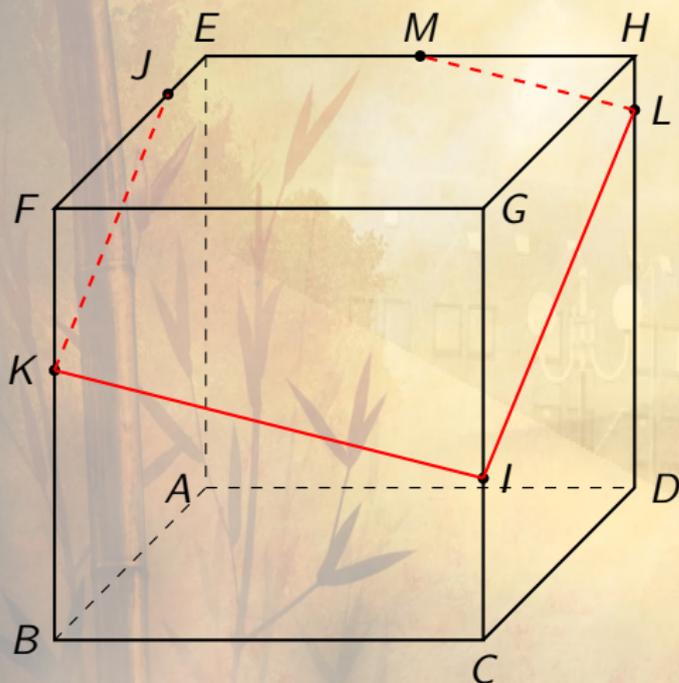
**Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?**

*Quand des faces parallèles sont coupées
par un plan, elles le sont suivant des
segments de droites qui sont parallèles.*

**Intersection de (IJK)
avec la face $[ADHE]$?
Il s'agit du segment $[LM]$.**

Section 2 du cube par le plan (IJK)

5/9

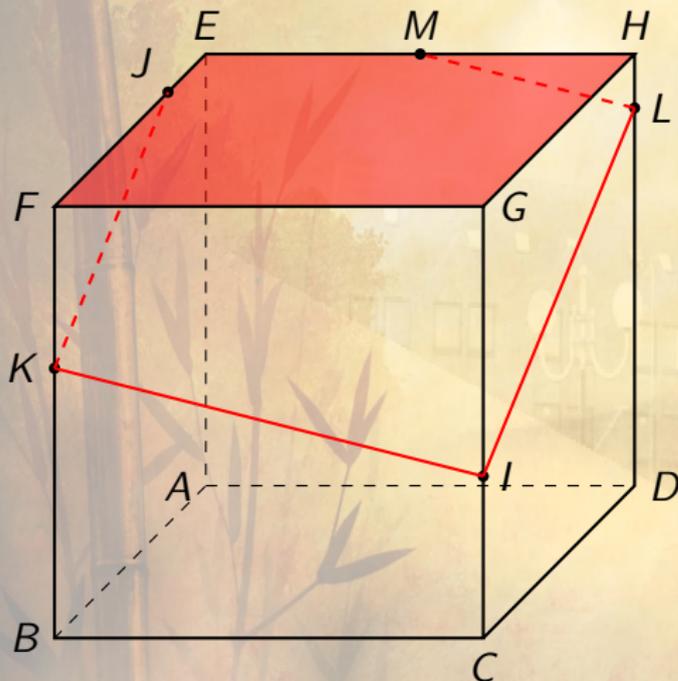


Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?

Si on regarde bien, on comprend comment finir la section.

Section 2 du cube par le plan (IJK)

5/9

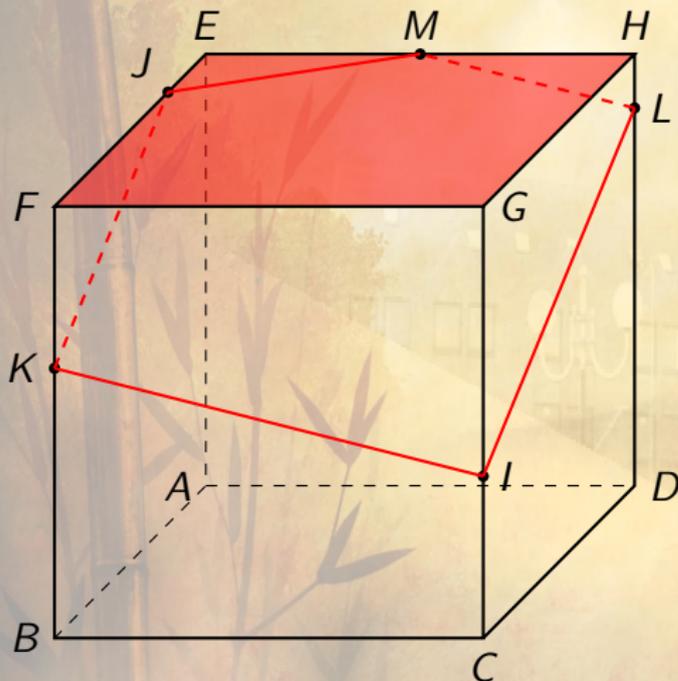


Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?

Intersection de (IJK)
avec la face $[EFGH]$?

Section 2 du cube par le plan (IJK)

5/9



Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?

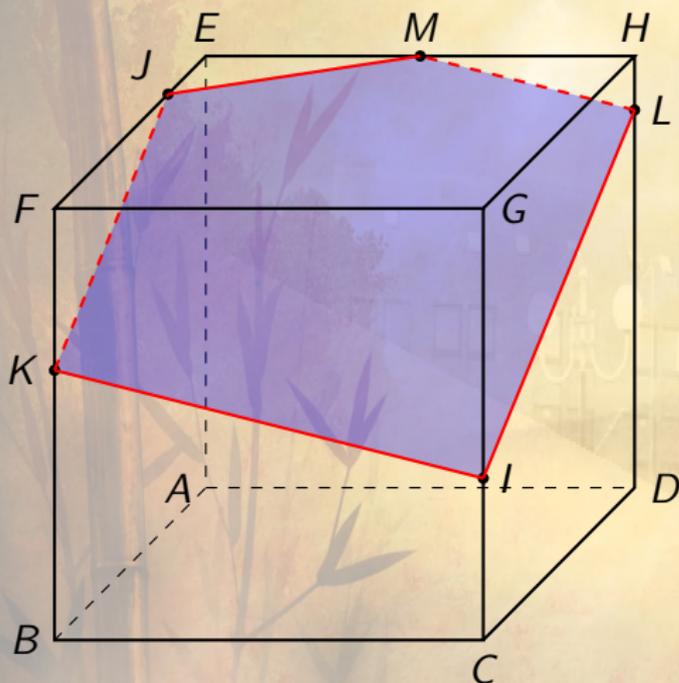
Intersection de (IJK)
avec la face $[EFGH]$?

On connaît 2 points de la face qui appartiennent aussi au plan. L'intersection du plan avec la face est le segment inclus dans cette face, dont les extrémités sont nécessairement sur les arêtes, et qui contient les 2 points.

Il s'agit du segment $[JM]$.

Section 2 du cube par le plan (IJK)

5/9



Ce sont finalement 5 faces
qui sont « coupées »
par le plan (IJK) .

C'était la section 2 :

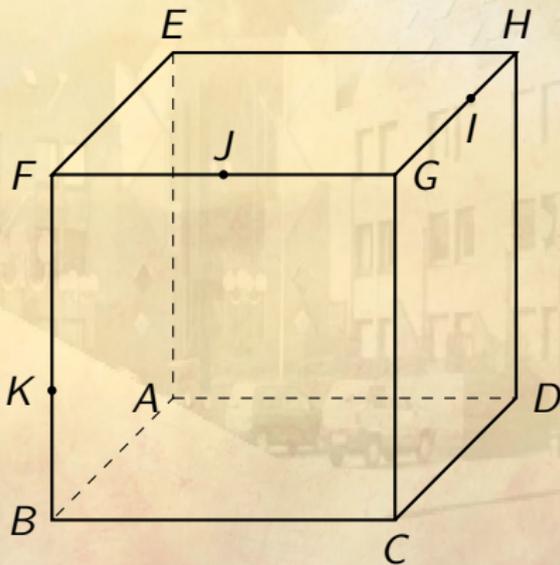
un pentagone .

Section 3 du cube par le plan (IJK)

6/9

$ABCDEFGH$ est un cube de côté 8.

- I est le point de $[HG]$, tel que $HI = 3$
- J est le milieu de $[FG]$
- K est le point de $[BF]$, tel que $BK = 3$

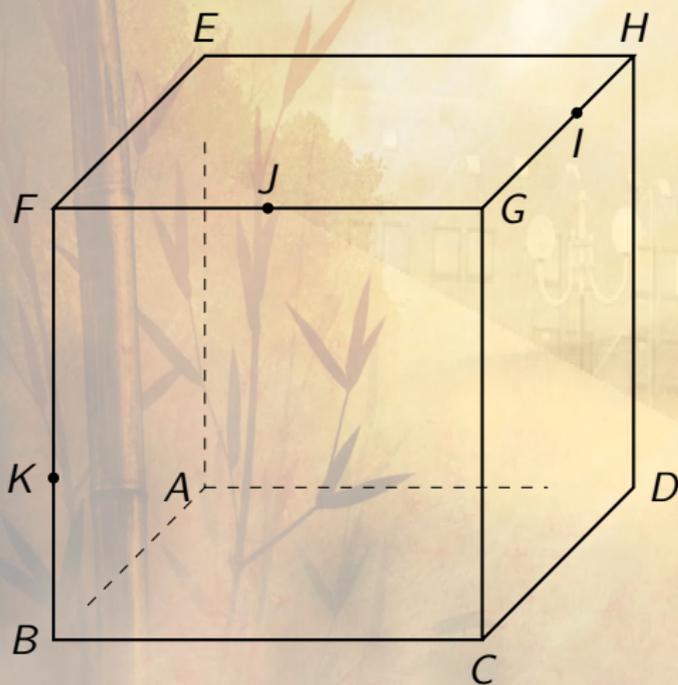


Section du cube par le plan (IJK) ?

Section 3 du cube par le plan (IJK)

7/9

Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?

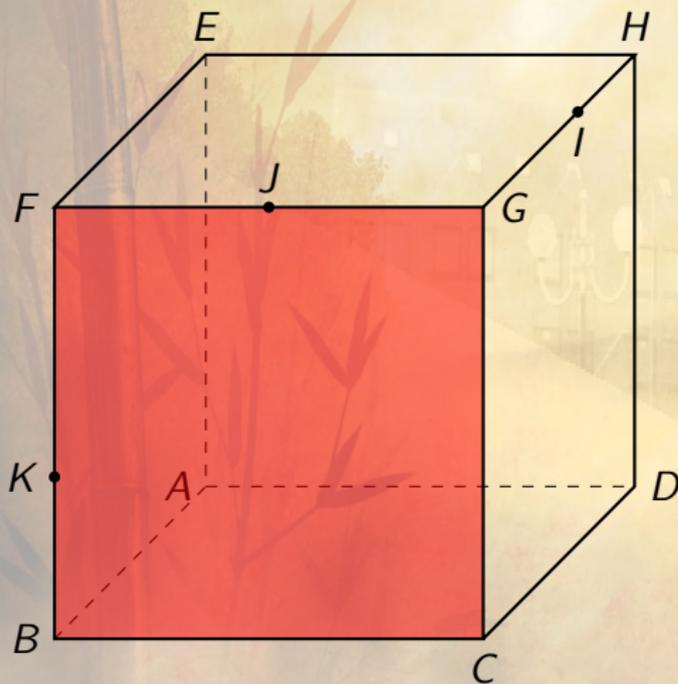


Section 3 du cube par le plan (IJK)

7/9

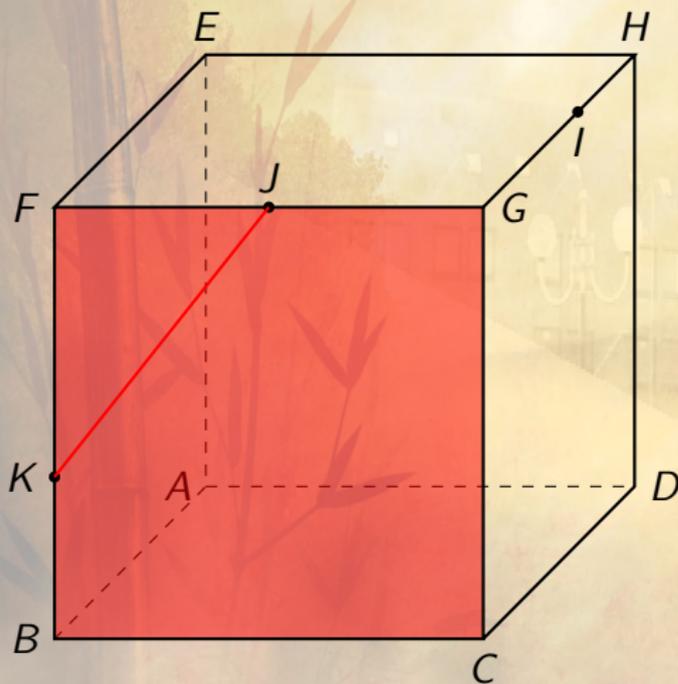
Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?

Intersection de (IJK)
avec la face $[BCGF]$?



Section 3 du cube par le plan (IJK)

7/9



Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?

**Intersection de (IJK)
avec la face $[BCGF]$?**

On connaît 2 points de la face qui appartiennent aussi au plan. L'intersection du plan avec la face est le segment inclus dans cette face, dont les extrémités sont nécessairement sur les arêtes, et qui contient les 2 points.

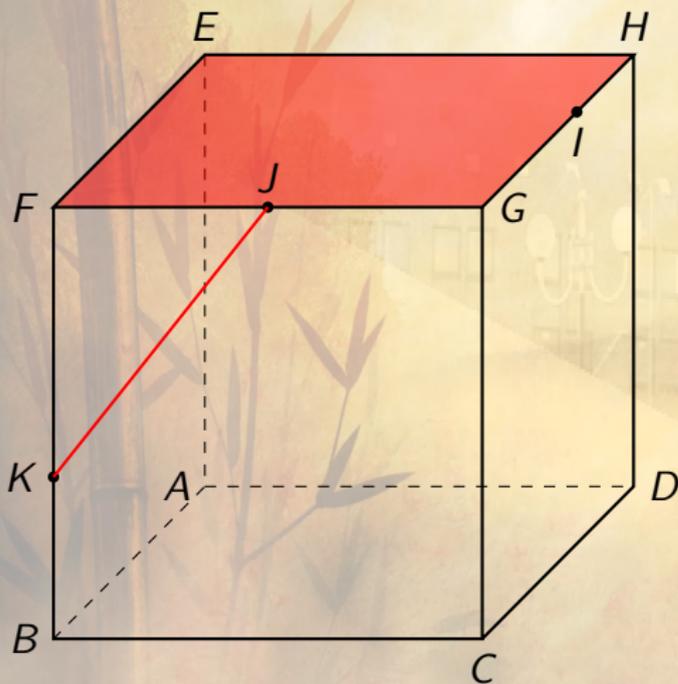
Il s'agit du segment $[JK]$.

Section 3 du cube par le plan (IJK)

7/9

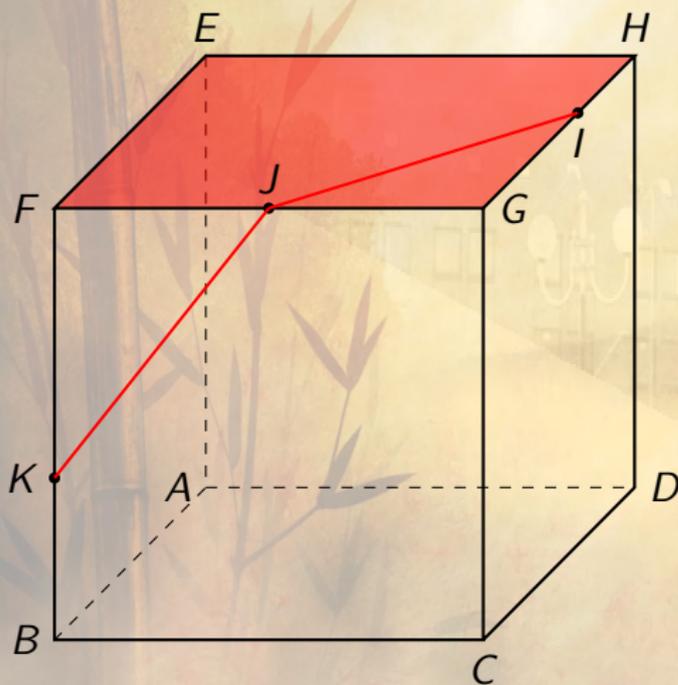
Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?

Intersection de (IJK)
avec la face $[EFGH]$?



Section 3 du cube par le plan (IJK)

7/9



Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?

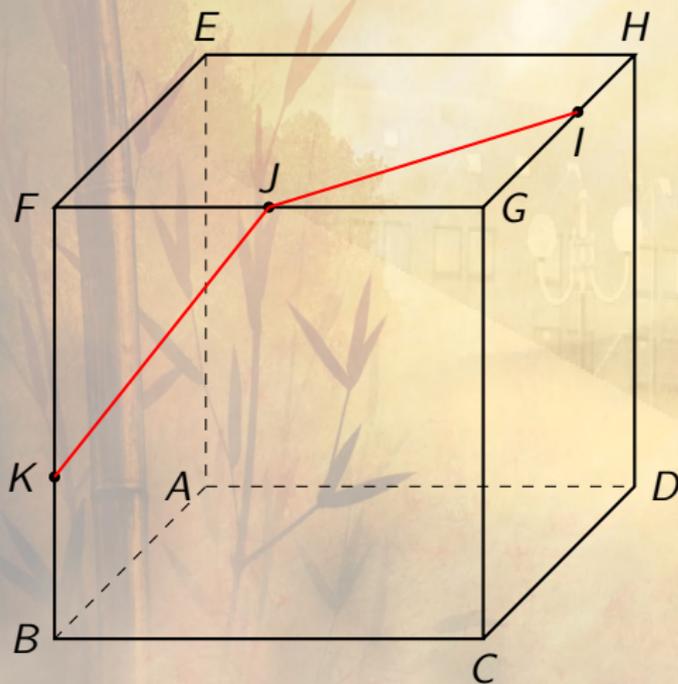
Intersection de (IJK)
avec la face $[EFGH]$?

On connaît 2 points de la face qui appartiennent aussi au plan. L'intersection du plan avec la face est le segment inclus dans cette face, dont les extrémités sont nécessairement sur les arêtes, et qui contient les 2 points.

Il s'agit du segment $[IJ]$.

Section 3 du cube par le plan (IJK)

7/9



**Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?**

La face $[CDHG]$ est coupée suivant un segment à trouver dont l'une des extrémités est I .

La face $[ABFE]$ est coupée suivant un segment à trouver dont l'une des extrémités est K .

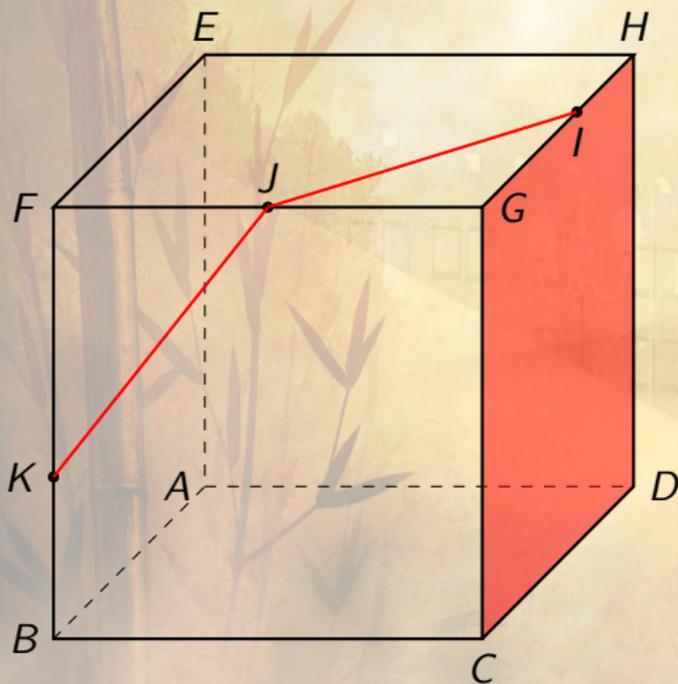
I et K n'appartiennent pas à une même face donc on ne les relie pas !

Section 3 du cube par le plan (IJK)

7/9

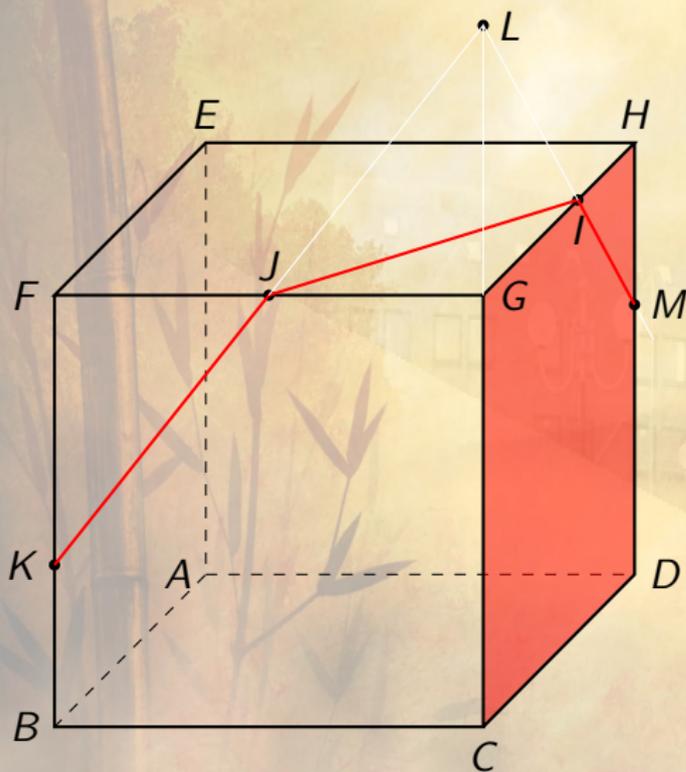
Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?

Intersection de (IJK)
avec la face $[CDHG]$?



Section 3 du cube par le plan (IJK)

7/9



Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?

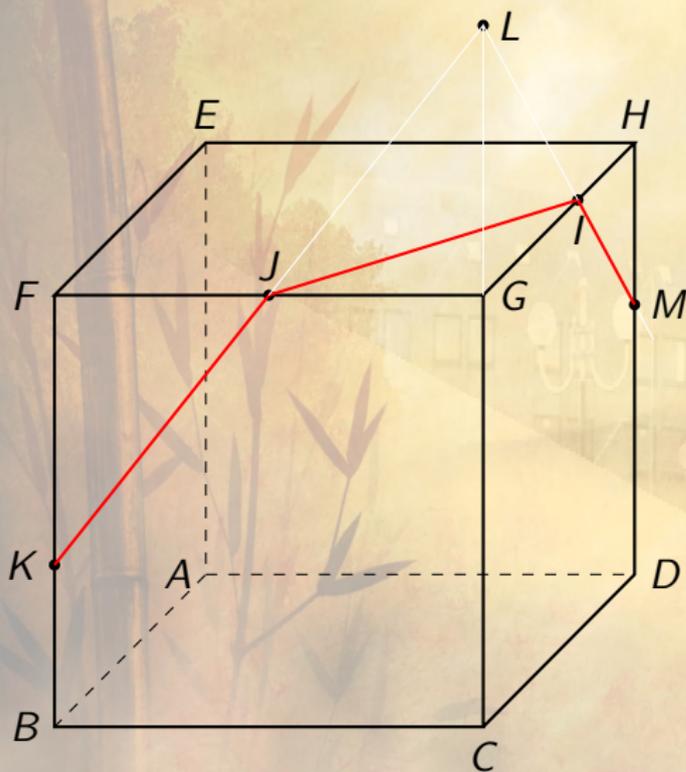
Intersection de (IJK)
avec la face $[CDHG]$?

I et L appartiennent aux plans (IJK) et $(CDHG)$ donc le segment cherché est une partie de (IL) : c'est nécessairement un segment dont les extrémités sont sur les arêtes de $[CDHG]$. Et cela nécessite donc l'introduction d'un nouveau point sur $[DH]$.

Il s'agit du segment $[IM]$.

Section 3 du cube par le plan (IJK)

7/9



Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?

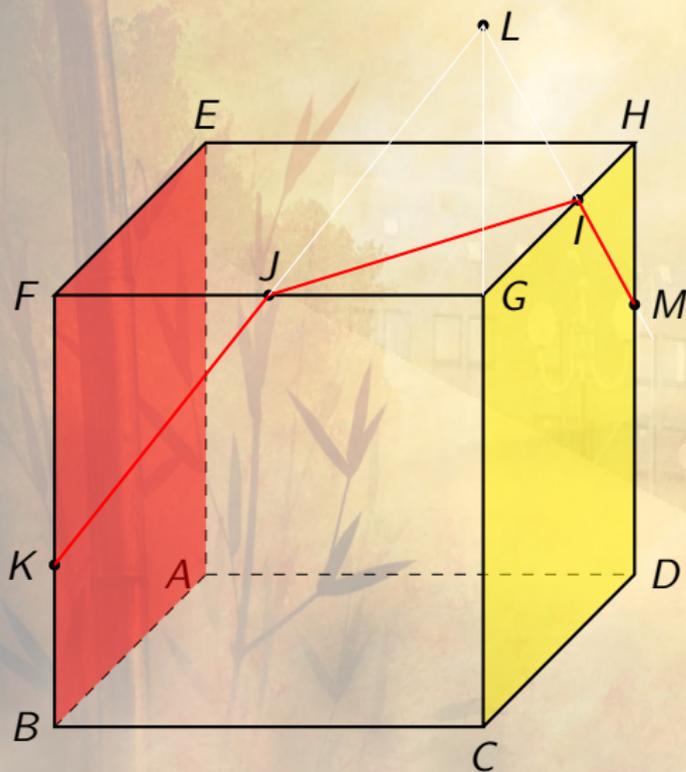
La face $[ABFE]$ est coupée suivant un segment à trouver dont l'une des extrémités est K .

La face $[ADHE]$ est coupée suivant un segment à trouver dont l'une des extrémités est M .

K et M n'appartiennent pas à une même face donc on ne les relie pas !

Section 3 du cube par le plan (IJK)

7/9



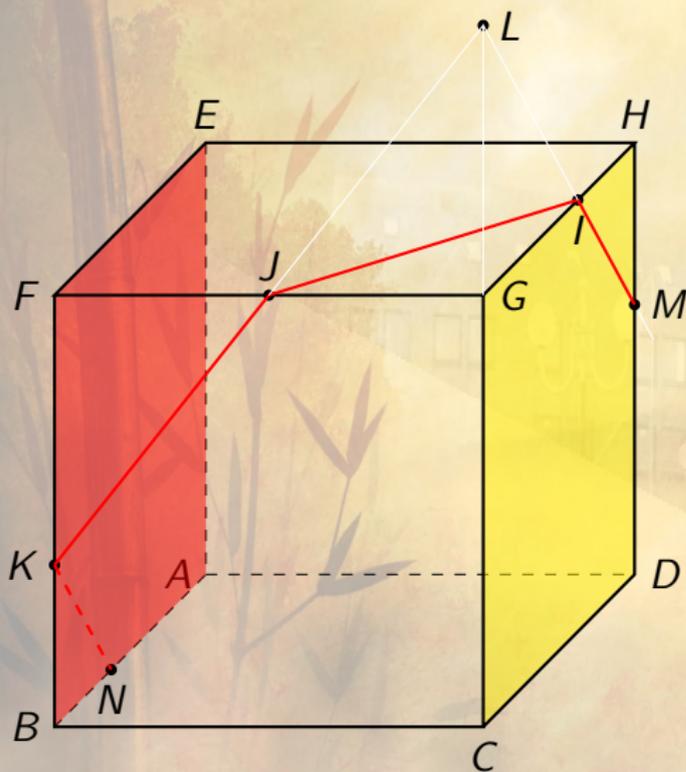
**Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?**

*Quand des faces parallèles sont coupées
par un plan, elles le sont suivant des
segments de droites qui sont parallèles.*

**Intersection de (IJK)
avec la face $[ABFE]$?**

Section 3 du cube par le plan (IJK)

7/9



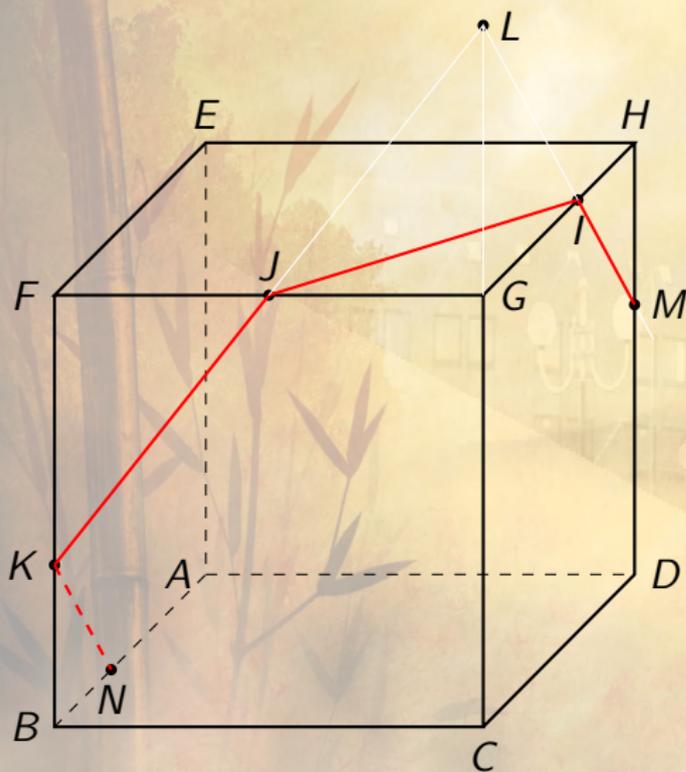
Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?

*Quand des faces parallèles sont coupées
par un plan, elles le sont suivant des
segments de droites qui sont parallèles.*

**Intersection de (IJK)
avec la face $[ABFE]$?
Il s'agit du segment $[KN]$.**

Section 3 du cube par le plan (IJK)

7/9



Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?

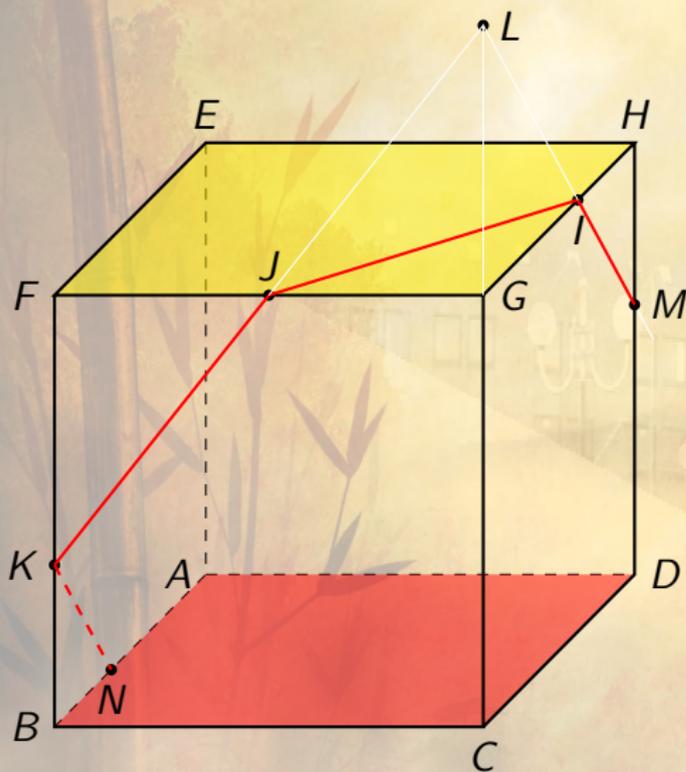
La face $[ABCD]$ est coupée suivant un segment à trouver dont l'une des extrémités est N .

La face $[ADHE]$ est coupée suivant un segment à trouver dont l'une des extrémités est M .

M et N n'appartiennent pas à une même face donc on ne les relie pas !

Section 3 du cube par le plan (IJK)

7/9



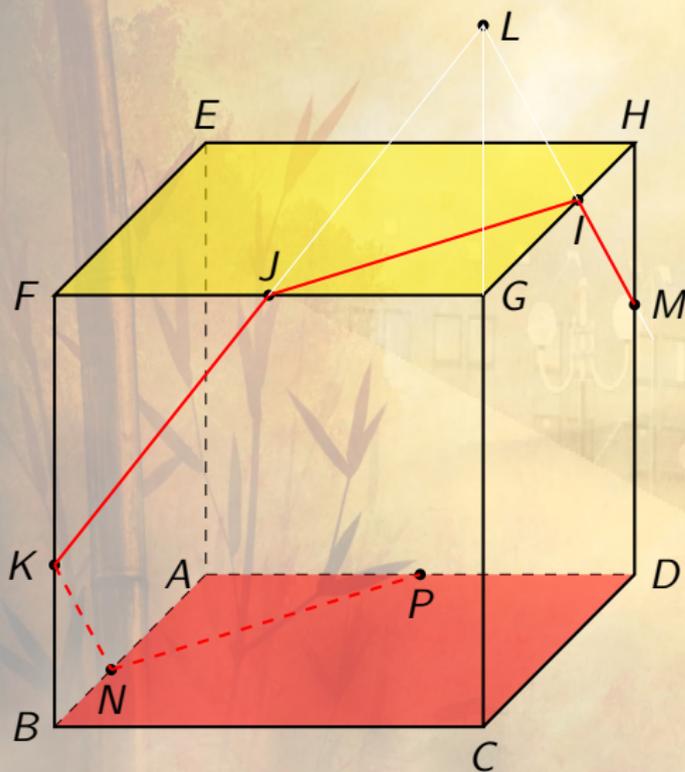
**Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?**

*Quand des faces parallèles sont coupées
par un plan, elles le sont suivant des
segments de droites qui sont parallèles.*

**Intersection de (IJK)
avec la face $[ABCD]$?**

Section 3 du cube par le plan (IJK)

7/9



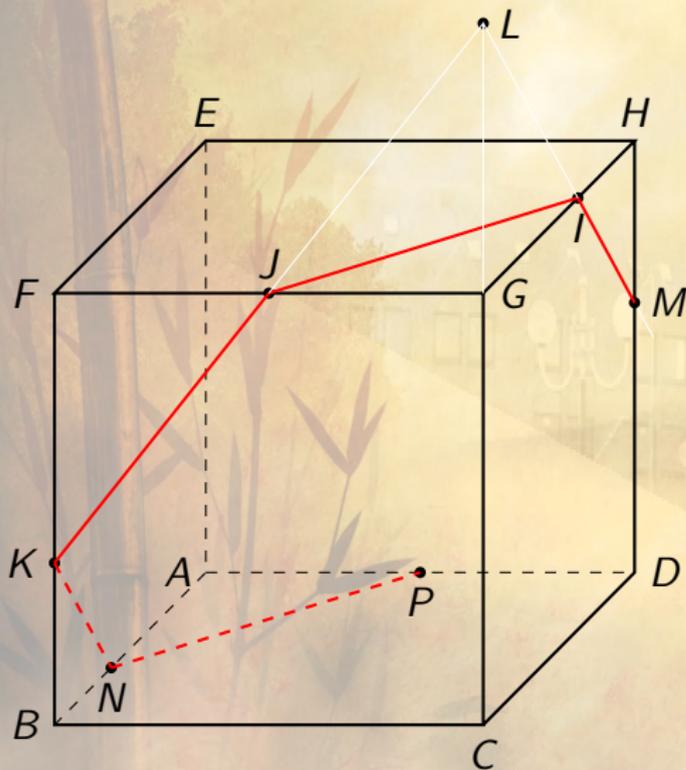
Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?

*Quand des faces parallèles sont coupées
par un plan, elles le sont suivant des
segments de droites qui sont parallèles.*

**Intersection de (IJK)
avec la face $[ABCD]$?
Il s'agit du segment $[NP]$.**

Section 3 du cube par le plan (IJK)

7/9

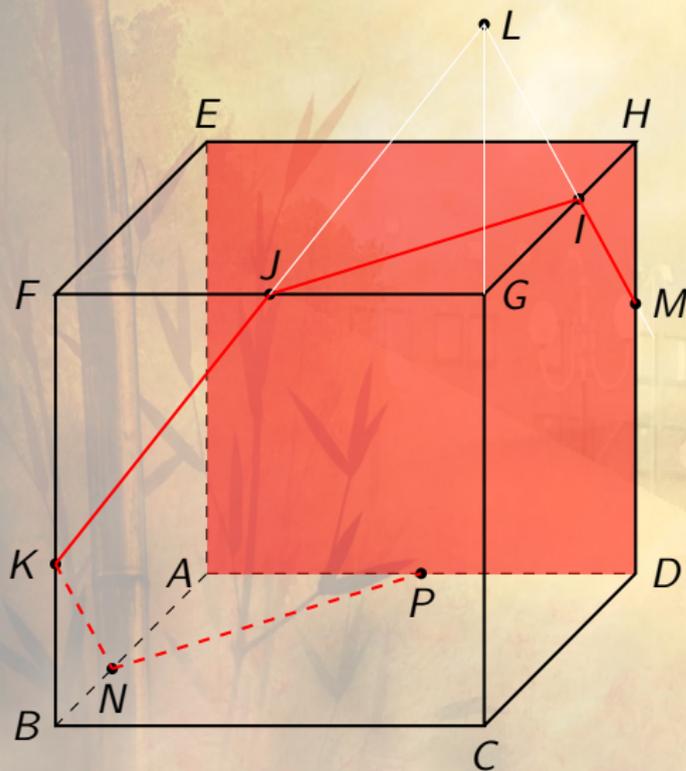


**Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?**

Si on regarde bien, on comprend comment finir la section.

Section 3 du cube par le plan (IJK)

7/9

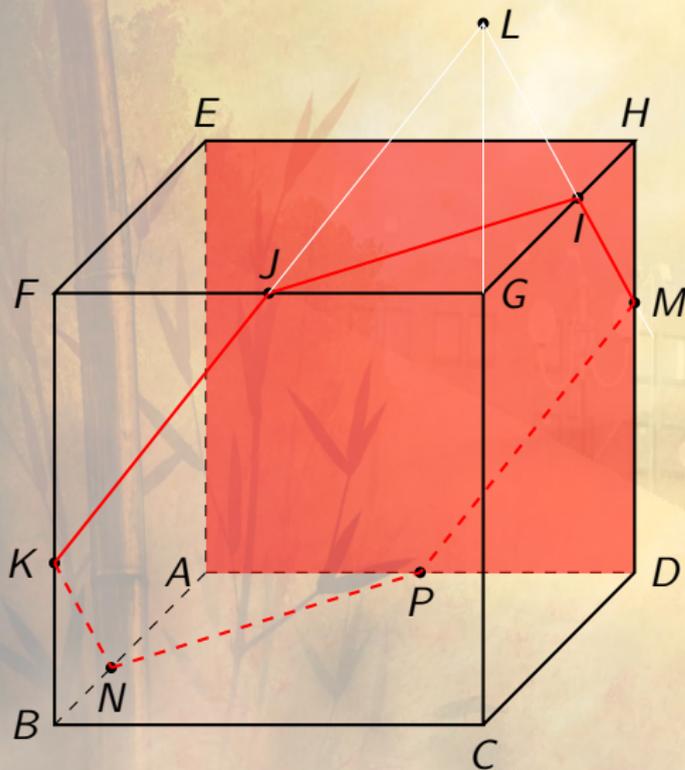


Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?

Intersection de (IJK)
avec la face $[ADHE]$?

Section 3 du cube par le plan (IJK)

7/9



Quelles sont les faces
« coupées » par (IJK) ?

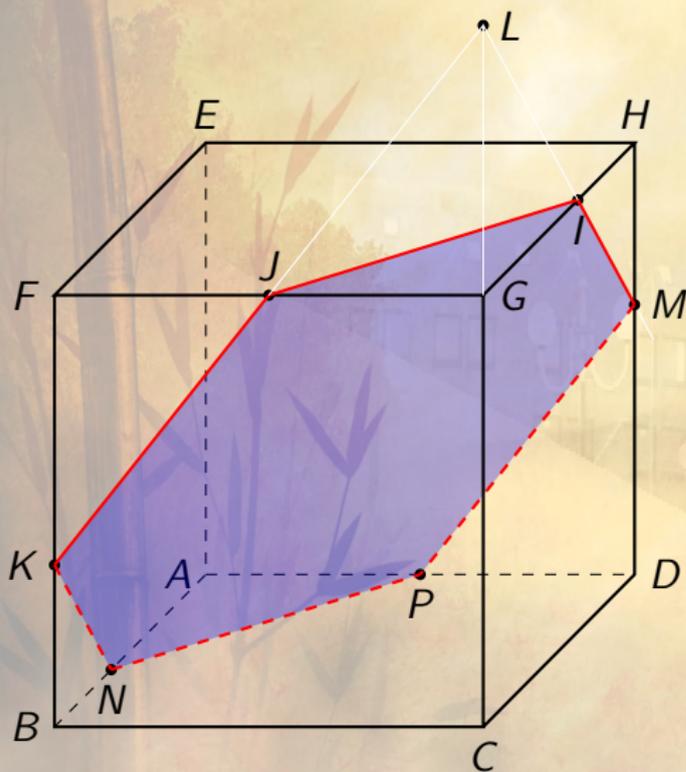
Intersection de (IJK)
avec la face $[ADHE]$?

On connaît 2 points de la face qui appartiennent aussi au plan. L'intersection du plan avec la face est le segment inclus dans cette face, dont les extrémités sont nécessairement sur les arêtes, et qui contient les 2 points.

Il s'agit du segment $[MP]$.

Section 3 du cube par le plan (IJK)

7/9



Ce sont finalement 6 faces qui sont « coupées » par le plan (IJK) .

C'était la section 3 :

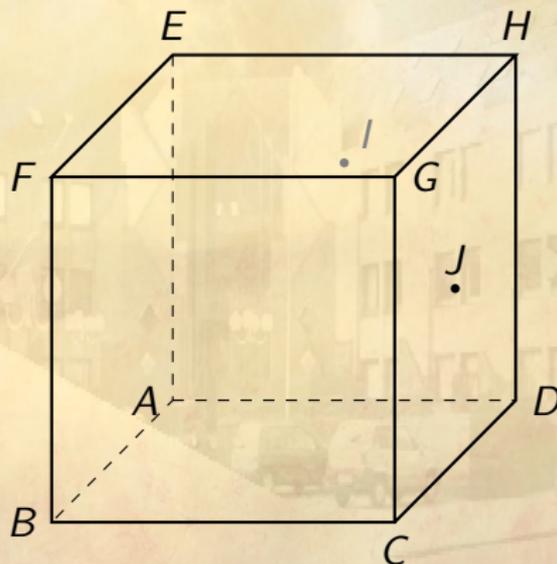
un hexagone .

Section 4 du cube par le plan (EIJ)

8/9

$ABCDEFGH$ est un cube de côté 8.

- I est le point de $[ADHE]$, tel que $\vec{AI} = \frac{1}{2}\vec{AD} + \frac{11}{16}\vec{AE}$
- J est le centre de $[CDHG]$

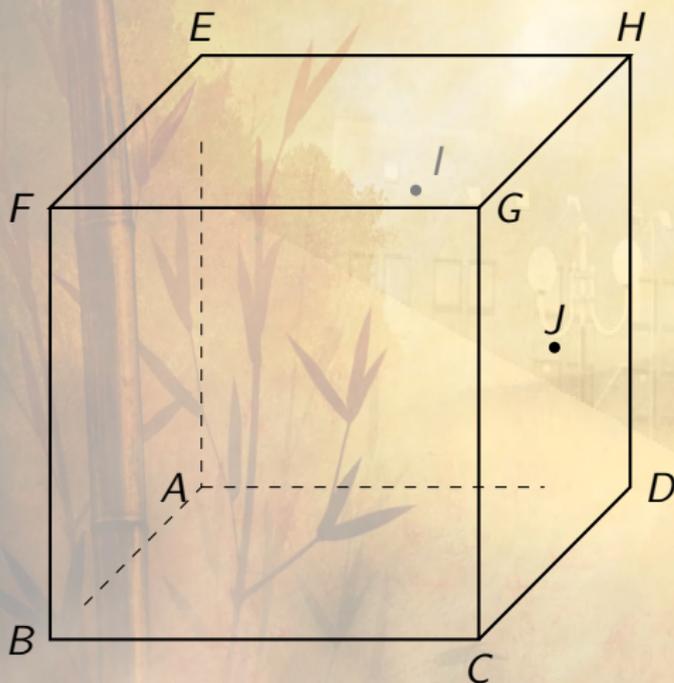


Section du cube par le plan (EIJ) ?

Section 4 du cube par le plan (EIJ)

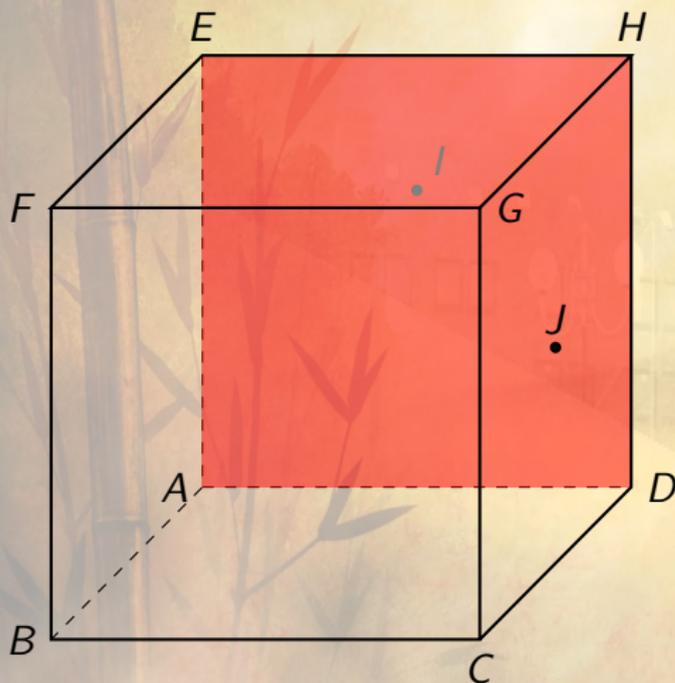
9/9

Quelles sont les faces
« coupées » par (EIJ) ?



Section 4 du cube par le plan (EIJ)

9/9

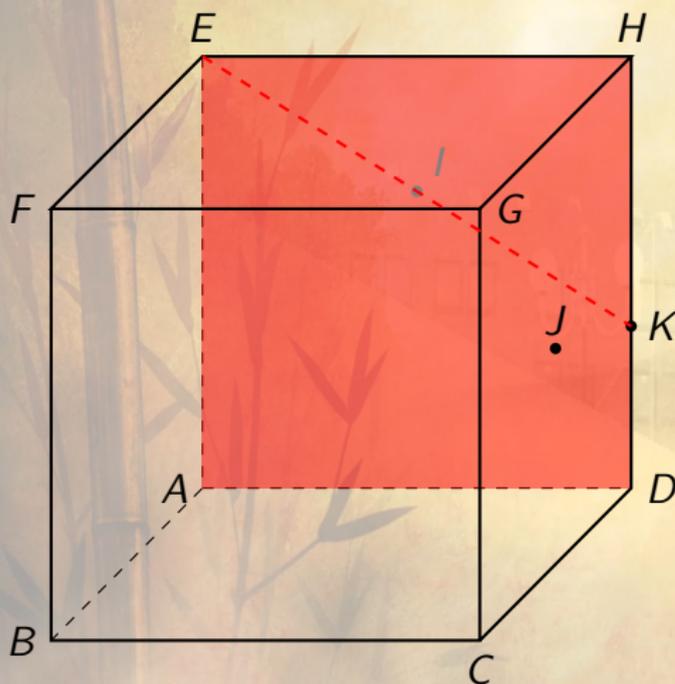


Quelles sont les faces
« coupées » par (EIJ) ?

Intersection de (EIJ)
avec la face $[BCGF]$?

Section 4 du cube par le plan (EIJ)

9/9



Quelles sont les faces
« coupées » par (EIJ) ?

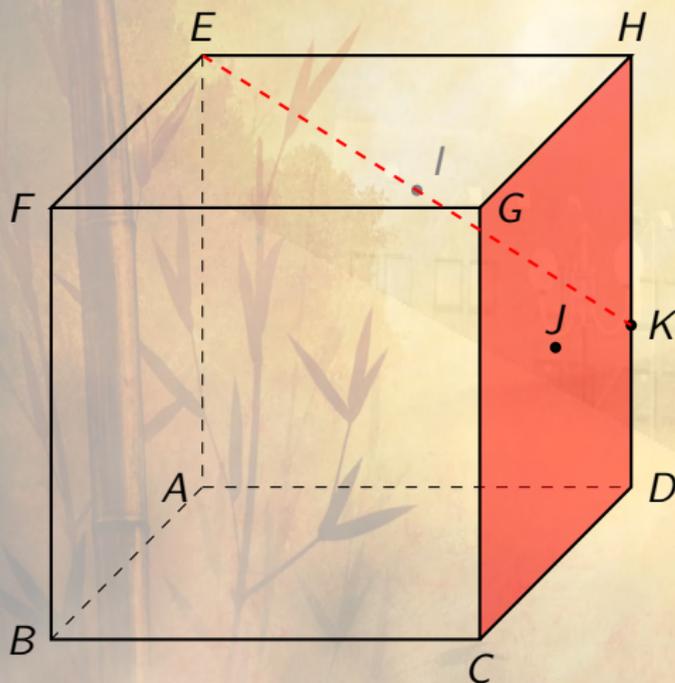
**Intersection de (EIJ)
avec la face $[BCGF]$?**

On connaît 2 points de la face qui
appartiennent aussi au plan. L'inter-
section du plan avec la face est le
segment inclus dans cette face, dont
les extrémités sont nécessairement sur
les arêtes, et qui contient les 2 points.
Cela nécessite donc l'introduction d'un
nouveau point K sur $[DH]$.

Il s'agit du segment $[EK]$.

Section 4 du cube par le plan (EIJ)

9/9

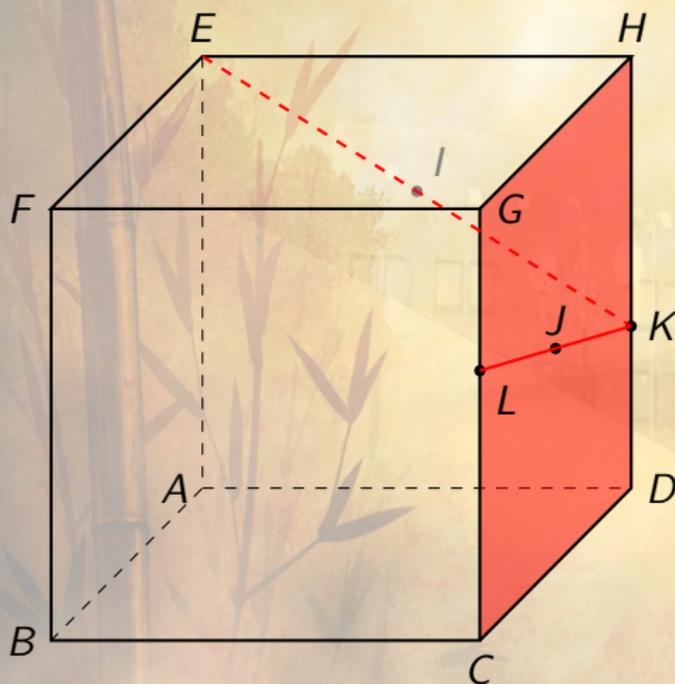


Quelles sont les faces
« coupées » par (EIJ) ?

Intersection de (EIJ)
avec la face $[CDHG]$?

Section 4 du cube par le plan (EIJ)

9/9



Quelles sont les faces
« coupées » par (EIJ) ?

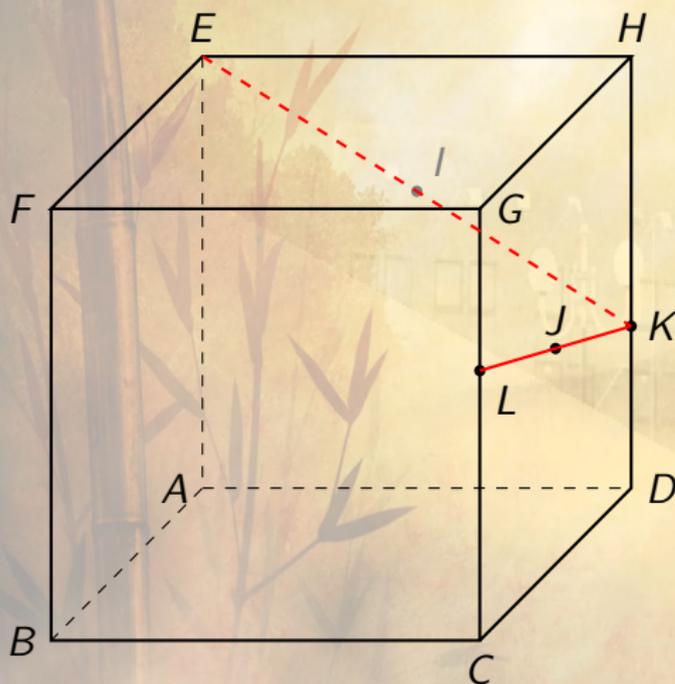
Intersection de (EIJ)
avec la face $[CDHG]$?

On connaît 2 points de la face qui
appartiennent aussi au plan. L'inter-
section du plan avec la face est le
segment inclus dans cette face, dont
les extrémités sont nécessairement sur
les arêtes, et qui contient les 2 points.
Cela nécessite donc l'introduction d'un
nouveau point L sur $[CG]$.

Il s'agit du segment $[KL]$.

Section 4 du cube par le plan (EIJ)

9/9



**Quelles sont les faces
« coupées » par (EIJ) ?**

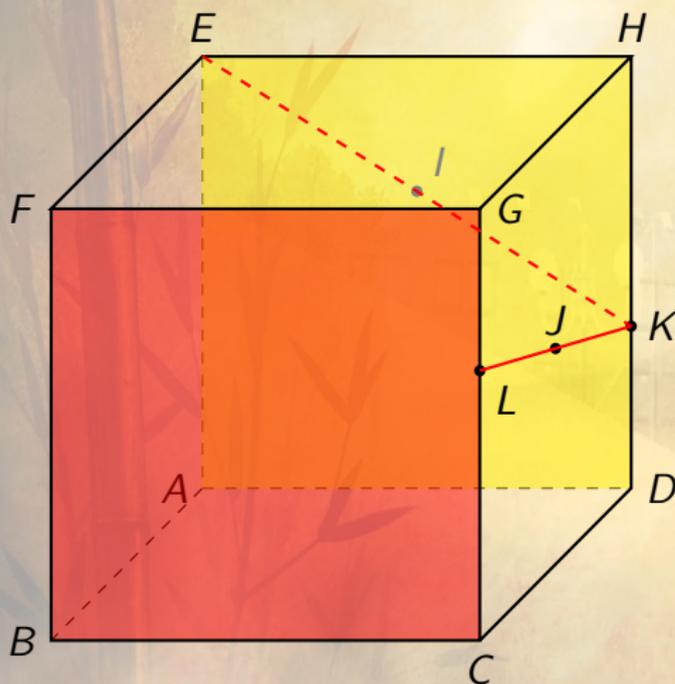
Arrivé à ce stade de la construction, on peut la poursuivre de 2 façons différentes que nous allons détailler.

La première façon :

si on s'estime capable de tracer des droites parallèles avec précision, nous pouvons faire le choix de chercher la trace laissée par le plan (EIJ) sur la face de devant du cube.

Section 4 du cube par le plan (EIJ)

9/9



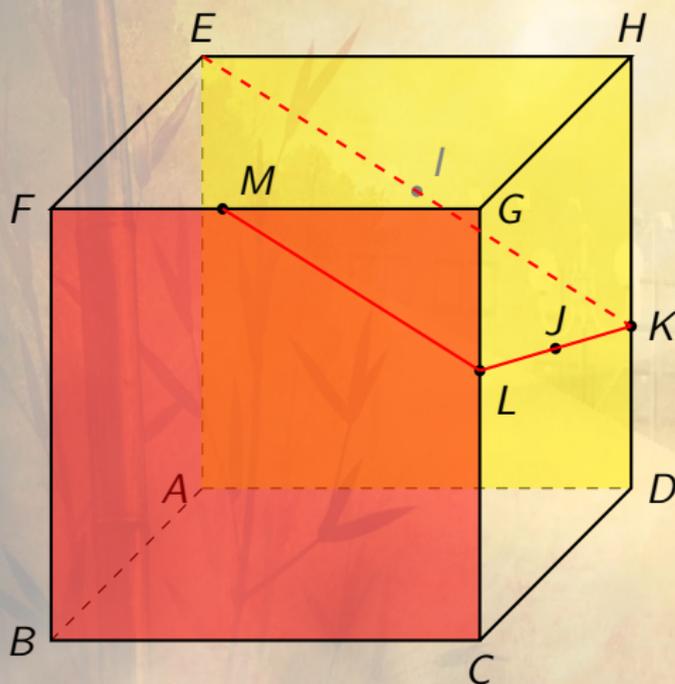
**Quelles sont les faces
« coupées » par (EIJ) ?**

Quand des faces parallèles sont coupées par un plan, elles le sont suivant des segments de droites qui sont parallèles.

**Intersection de (IJK)
avec la face $[BCGF]$?**

Section 4 du cube par le plan (EIJ)

9/9



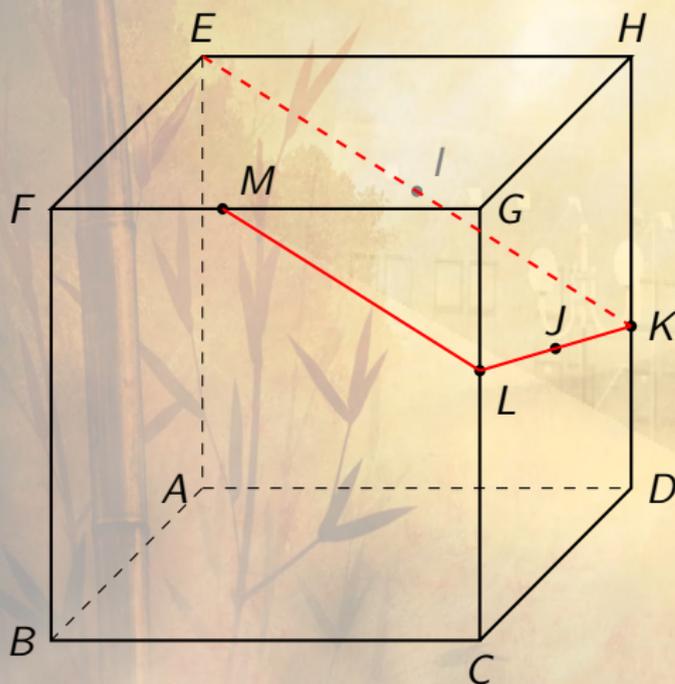
**Quelles sont les faces
« coupées » par (EIJ) ?**

Quand des faces parallèles sont coupées par un plan, elles le sont suivant des segments de droites qui sont parallèles.

**Intersection de (IJK)
avec la face $[BCGF]$?
Il s'agit du segment $[LM]$.**

Section 4 du cube par le plan (EIJ)

9/9



**Quelles sont les faces
« coupées » par (EIJ) ?**

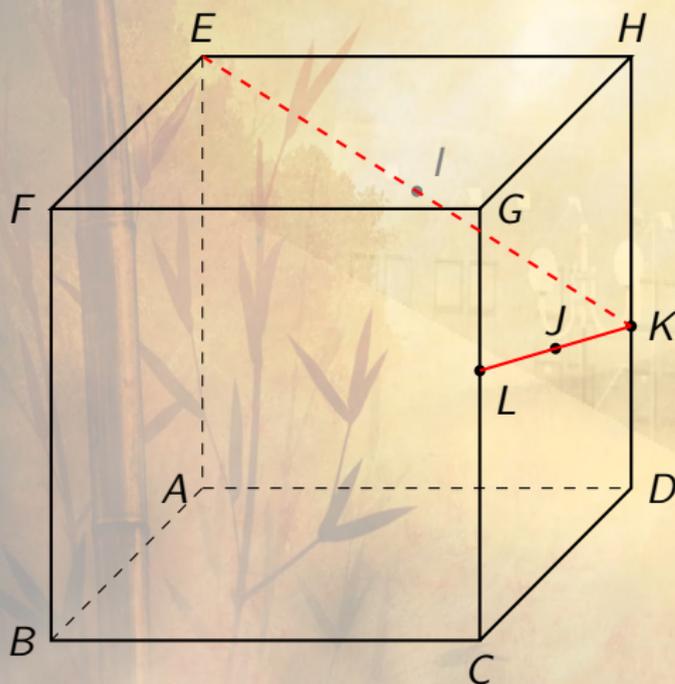
Dans cette situation, on imagine aisément comment on terminerait la construction.

Mais il nous faut détailler la 2^e façon évoquée précédemment dont l'intérêt est de rester applicable à des solides (comme les tétraèdres) qui n'auront pas la particularité des cubes d'avoir des faces parallèles.

Donc nous allons faire un petit retour en arrière dans la diapo suivante.

Section 4 du cube par le plan (EIJ)

9/9

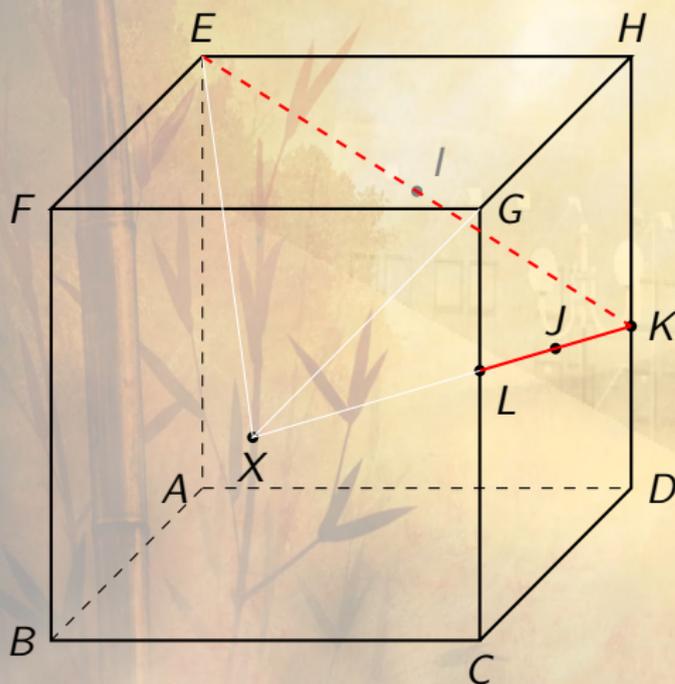


Quelles sont les faces
« coupées » par (EIJ) ?

Intersection de (EIJ)
avec la face $[EFGH]$?

Section 4 du cube par le plan (EIJ)

9/9



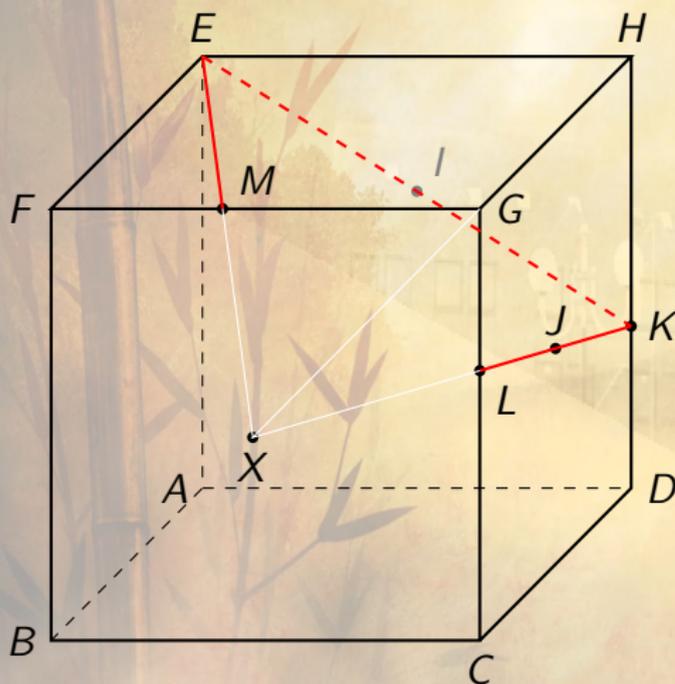
Quelles sont les faces
« coupées » par (EIJ) ?

**Intersection de (EIJ)
avec la face $[EFGH]$?**

*Les droites (HG) et (KL) sont des
droites coplanaires non parallèles donc
sécantes en un point qu'on notera X .*

Section 4 du cube par le plan (EIJ)

9/9



Quelles sont les faces
« coupées » par (EIJ) ?

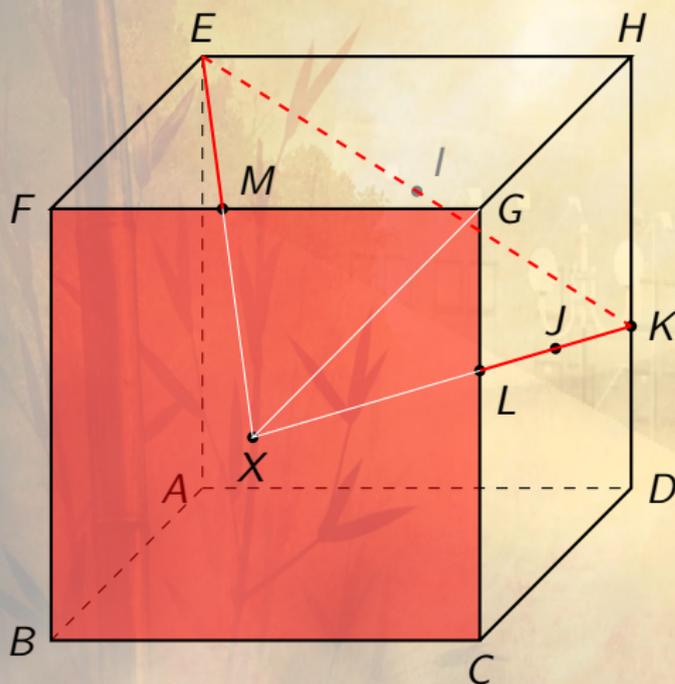
**Intersection de (EIJ)
avec la face $[EFGH]$?**

E et X appartiennent aux plans (EIJ) et $(EFGH)$ donc le segment cherché est une partie de (EX) : c'est nécessairement un segment dont les extrémités sont sur les arêtes de $[EFGH]$. Et cela nécessite donc l'introduction d'un point sur $[FG]$ qui est évidemment M mis en évidence avec la méthode précédente.

Il s'agit du segment $[EM]$.

Section 4 du cube par le plan (EIJ)

9/9

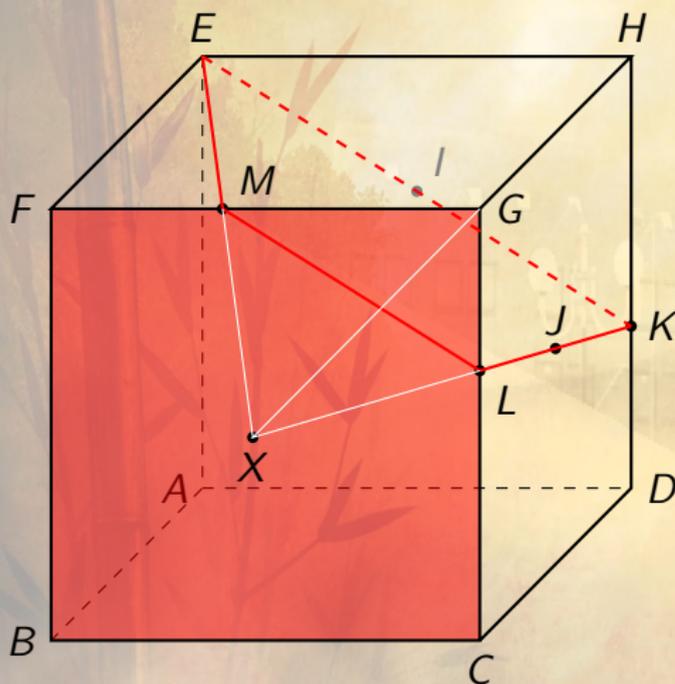


Quelles sont les faces
« coupées » par (EIJ) ?

Intersection de (IJK)
avec la face $[BCGF]$?

Section 4 du cube par le plan (EIJ)

9/9



Quelles sont les faces
« coupées » par (EIJ) ?

Intersection de (IJK)
avec la face $[BCGF]$?

On connaît 2 points de la face qui appartiennent aussi au plan. L'intersection du plan avec la face est le segment inclus dans cette face, dont les extrémités sont nécessairement sur les arêtes, et qui contient les 2 points.

Il s'agit du segment $[ML]$.

